

# MODELIZACIÓN ESTRUCTURAL INTERPRETATIVA DE LOS PROCESOS DE ENVEJECIMIENTO DE FUTUROS EMBALSES EN LA ALTA CUENCA DEL RÍO BERMEJO — REPÚBLICAS DE BOLIVIA Y ARGENTINA

Jorge Gustavo Perera, Oscar Julio Graieb y Jorge Hernán Perera

Centro de Ingeniería Ambiental, Facultad Regional Tucumán, Universidad Tecnológica Nacional y Departamento de Posgrado, Facultad de Agronomía y Zootecnia, Universidad Nacional de Tucumán San Martín 1327 - 4000 - San Miguel de Tucumán, República Argentina - Tel.& Fax: 54 381 421 3176

## RESUMEN

Se propone una metodología de modelización cualitativa, de los procesos de envejecimiento por sedimentación y eutrofización de los embalses que se proyecta construir en la Alta Cuenca del Río Bermejo, (Repúblicas de Bolivia y Argentina). Las interacciones entre los diferentes elementos, sociales; económicos y naturales, pertenecientes a la Alta Cuenca del Río Bermejo, se representan mediante la Modelización Estructural Interpretativa. en conexión con el comportamiento del sistema hidrológico.

Se revisan conceptos inherentes a las transformaciones isomórficas; a los requerimientos y posibilidades de la modelización estructural y a la Teoría de Grafos. También se tratan las técnicas de construcción de matrices de alcanzabilidad y el modo de pasar de ellas a la forma canónica, así como de su representación gráfica. En el caso estudiado, se consideran cincuenta elementos, vinculados mediante relaciones contextuales de causalidad. Se incluye una descripción del sistema informático y una reseña de los comandos de interés para el usuario.

Palabras clave: Modelización estructural interpretativa; embalses; procesos de envejecimiento; sedimentación; eutrofización; transformaciones isomórficas; Teoría de Grafos.

## ABSTRACT

*This paper proposes a qualitative modelling methodology in relation to ageing processes due to sedimentation and eutrophication in projected reservoirs to be located in the Upper Basin of River Bermejo (Bolivia and Argentina Republics). Interactions between social, economic and environmental elements of the Upper Basin of River Bermejo are modelled (interpretative structural modelling) in connection to the hydrologic system.*

*Concepts inherent to isomorphic transformations are revised according to the requirements and possibilities of structural modelling and Graph Theory. The construction techniques of reachability matrices and the way of representing them in canonical form and graphing them are also discussed. In the case study, fifty elements, linked by causal contextual relationships, are considered. A brief description of the computing system and its main commands is included.*

*Keywords: Interpretative structural modelling; reservoirs; ageing processes; sedimentation; eutrophication; isomorphic transformations; Graph Theory.*

## INTRODUCCIÓN Y ANTECEDENTES

Las estrategias ambientales se orientan actualmente a la atención, estudio y solución tecnológica de las fuentes contaminantes, actuando preferentemente sobre los procesos agroindustriales,

en contraposición con el ya superado criterio de tratar las descargas o efluentes con posterioridad a su emisión. La gestión ambiental puede definirse como el mantenimiento social, económico, tecnológico y ecológico armónico de las actividades humanas causantes de impacto sobre la ecos-

fera (Sawaragi, Y., H. Nakayama and T. Tanino, 1982). Interesa entonces, acrecentar el desarrollo socio-económico regional, aumentando el valor de los bienes y servicios producidos, mejorando la eficiencia del sistema; asimismo, elevar la calidad de vida, mediante la administración, conservación, preservación, creación, restauración o mejora del patrimonio cultural y los recursos naturales como integrantes del ambiente humano (Haimés, Y. Y., P. Das and K. Sung, 1977; Haimés, Y. Y., 1977).

Los procesos de definición del problema, se articulan con el análisis morfológico (Hawthorne, R. W. and A. P. Sage, 1974; Zwicky, F., 1969) inherente a la clarificación del planteo caótico inicial, en lo atinente a estructura, rango e implicación. Aspectos salientes del análisis son:

- Listado y arreglo u ordenamiento de palabras clave (elementos);
- Identificación de interrelaciones entre los elementos;
- Obtención de Modelos Estructurales;
- Verificación y validación de Modelos Estructurales.

Se han desarrollado diferentes métodos para el análisis de sistemas complejos, tales como el Análisis Multivariado (del Componente Principal; del Factor; de Conglomerados; etc.) y el Grafo-Matricial (de Impacto Cruzado; el Modelo Estructural Interpretativo; etc.). La Modelización Estructural Interpretativa (Perera, J. G., C. Hoffmann y J. H. Perera. 1995; U. S. Department of Agriculture, 1975; Warfield, J. N., 1973; Warfield, J. N., 1974; Warfield, J. N., 1976), se presenta como de aplicación efectiva en el tratamiento de problemas concretos. La complejidad de un sistema hidrológico depende del elevado número de elementos que intervienen y de las interacciones que se establecen entre ellos, conformando su estructura (Perera, J. G. *et al.*, 1985, Perera, J. G. *et al.*, 1991). El proceso de modelización estructural considera los siguientes aspectos:

- El sistema objeto de descripción-interpretación, por medio de la herramienta matemática;

- El sistema de representación, definido merced a un conjunto de relaciones;
- El acoplamiento o correspondencia entre la percepción de características relevantes del sistema objeto de modelización y el sistema de representación, lo que debe resultar en un Modelo Estructural Interpretativo (ámbito de aplicación iterativa y sistemática de la Teoría de Grafos (Harary, F., R. Z. Norman and D. Cartwright, 1965; Harary, F., 1969) para representar mediante grafos dirigidos, patrones complejos de relaciones contextuales particulares dentro de un conjunto de elementos).

La construcción del Modelo Estructural Interpretativo (MEI), importa asimismo, tener en cuenta:

- El conjunto de elementos del sistema;
- El conjunto de relaciones contextuales;
- La relación binaria;
- El grafo dirigido de las relaciones entre elementos.

Cada paso de la metodología de modelización, es una transformación de una forma en otra, interpretable como un isomorfismo (modificación de forma, sin pérdida de información), asociado al cambio-morfogénesis del modelo (*Model Exchange Isomorphism*); puede entonces formularse el primer conjunto de objetivos mediante un diagrama de bloques, ilustrativo del isomorfismo implícito en las sucesivas transformaciones, tal como muestra la figura 1.

La relación contextual escogida es la de dependencia causal; ésto es,  $p_i$  causa o determina el efecto  $p_j$ .

## MATERIALES Y MÉTODOS

La Teoría de Redes se basa en cuatro primitivas o entidades fundamentales:

- Un conjunto  $P$  de elementos llamados puntos;
- Un conjunto  $R$  de elementos llamados líneas o aristas  $r$  que implican la estructura del conjunto de puntos  $P$  ;



Figura 1. Diagrama de Bloques ilustrativo de la Metodología de Modelización. *Block Diagram illustrative of the Modelling Methodology.*

- Una función  $f$  (*first*) cuyo dominio es  $R$  y cuya imagen está contenida en  $P$  ;
- Una función  $s$  (*second*) cuyo dominio es  $R$  y cuya imagen está contenida en  $P$  .

Se postulan asimismo, dos axiomas:

- El conjunto de puntos  $P$  es finito y no vacío;
- El conjunto de líneas  $R$  es finito.  $R$  puede ser vacío, lo que equivale a puntos aislados.

Dos tipos de líneas son de especial interés: el lazo o bucle (*loop*), donde el primero y segundo punto coinciden  $-f r_k = s r_k -$  y las líneas paralelas cuyos primeros y segundos puntos respectivos, coinciden  $-f r_i = f r_p, s r_i = s r_j -$  . Una red sin líneas paralelas se define como una relación, lo que implica la red en cuestión y el aspecto estructural representado por cada línea. La notación  $p_i R p_j$  se emplea para significar que el punto  $p_i$  está relacionado con  $p$ , mediante la relación  $R$  y  $p_i \bar{R} p_j$  para indicar que  $p_i$  no está relacionado con  $p_j$  a través de  $R$  . Se enuncian siete propiedades relevantes en conexión con el planteo de modelización:

1. Una relación  $R$  es reflexiva, si todo punto  $p_i$  está en un lazo;  $p_i R p_i \forall p_i \in E$  ;
2. Una relación  $R$  es irreflexiva si ningún punto  $p_i$  está en un lazo;  $p_i \bar{R} p_i \forall p_i \in E$  ;
3. Una relación  $R$  es simétrica, si  $p_i R p_j$  implica  $p_j R p_i \forall p_i > p_j \in P$  ;
4. Una relación  $R$  es asimétrica, si  $p_i R p_j$  implica  $p_j \bar{R} p_i \forall p_i > p_j \in P$  ;
5. Una relación  $R$  es transitiva, si  $p_i R p_j, p_j R p_k$  implica  $p_i R p_k \forall p_i, p_j, p_k \in P$  ;
6. Una relación  $R$  es intransitiva si no es transitiva;
7. Una relación  $R$  es completa, si para todo  $p_i, p_j$  , se cumple que  $p_i R p_j$  o bien  $p_j R p_i$ .

El conjunto de primitivas asociadas a un grafo dirigido o digrafo, es coincidente con el explicitado para redes, valen igualmente los axiomas inherentes a redes; a ellos deben agregarse:

- Dos líneas distintas no son paralelas (un digrafo es una relación);
- No hay lazos o bucles (se restringe la relación, que no ha de tener lazos). Entonces un digrafo transitivo, asimétrico y completo, es una relación transitiva, asimétrica, completa e irreflexiva.

Si en un grafo dirigido, representable mediante una matriz binaria, se eliminan las líneas que se infieren por transitividad, por razones de simplificación, se obtiene un digrafo con un número mínimo de líneas o aristas.

En la Matriz de Adyacencia  $\mathbf{A}$  , un elemento  $a_{ij} = 1$  , implica  $p_i R p_j$  y  $a_{ij} = 0$  , significa que  $p_i \bar{R} p_j$  . Como un digrafo es una relación irreflexiva, los elementos de la diagonal principal de la Matriz de Adyacencia, son nulos. La Matriz de Adyacencia describe la accesibilidad o alcanzabilidad (*reachability*) para todos los pasos de longitud uno. Sumando la Matriz de Identidad a la de Adyacencia ( $\mathbf{A} + \mathbf{I}$ ) , se obtiene una matriz que consigna la alcanzabilidad para todos los pasos de longitud 0 y 1. Haciendo  $(\mathbf{A} + \mathbf{I})^2$  , donde todas las operaciones son Booleanas, se tienen todos los pasos de longitud  $\leq 2$  .  $(\mathbf{A} + \mathbf{I})^n = 1$ , implica  $(\mathbf{A} + \mathbf{I})_{ik} = 1, (\mathbf{A} + \mathbf{I})_{kj} = 1$  para al menos un valor

de  $k(p, R p_k)$  mediante un paso de longitud cero o uno y  $p_k R p_j$  a través de un paso de longitud cero o uno; entonces existirá un paso de longitud  $\leq 2$  para  $p_i R p_j$ ).

Si:  $(A + I)^{r-2} \neq (A + I)^{r-1} = (A + I)^r = \mathcal{E}$ , se tiene la Matriz de Alcanzabilidad (*Reachability Matrix*) o Clausura Transitiva de la Matriz de Adyacencia  $A$ . El exponente  $r$  es menor o igual que el número de puntos en el conjunto  $P$ ; siendo el camino más largo para  $n$  elementos, de longitud  $(n - 1)$ . La Matriz  $E$ , describe una relación transitivo-reflexiva.

Cuando un digrafo o un subconjunto de un digrafo, tiene una matriz universal (todos sus elementos son unos) por Matriz de Alcanzabilidad, se dice fuertemente conexo o conectado. El digrafo es susceptible de ser condensado, reemplazando los componentes fuertemente conexos o los de un ciclo (secuencia  $\{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$  cerrada, tal que  $p_n$  está conectado con  $p_1$ ), por un elemento simple o sustituto, conceptualizado como componente fuerte del digrafo. Una Matriz de Adyacencia con un número mínimo de aristas o líneas (*Minimum-edgeAdjacency Matrix*), es única, en el sentido de su correspondencia con un digrafo único.

Una Única Matriz de Alcanzabilidad  $E$ , corresponde a una dada Matriz de Adyacencia  $A$ . Sin embargo, no hay una única matriz  $A$  para una dada matriz  $E$ ; existe una Matriz de Adyacencia transitiva con número mínimo de aristas. Esta es la matriz  $A$  que interesa determinar.

La modelización estructural en un contexto de relaciones transitivas, implica una formalización jerárquica multinivélica, donde los niveles superiores son alcanzables por los inferiores, pero no recíprocamente. La Matriz de Alcanzabilidad se configura a partir de comparaciones entre pares de elementos; otras entradas se infieren en virtud de la transitividad. Normalmente, no es necesario realizar las  $n(n - 1)$  confrontaciones. Un elemento  $p_i$  de una jerarquía de elementos  $p$ , mantiene relaciones en función del contexto, con otros elementos; éstas pueden ser:

- Existirá un conjunto de elementos  $L(p_i)$  *Lift set* al cual  $p_i$  estará subordinado y  $p_i \notin$

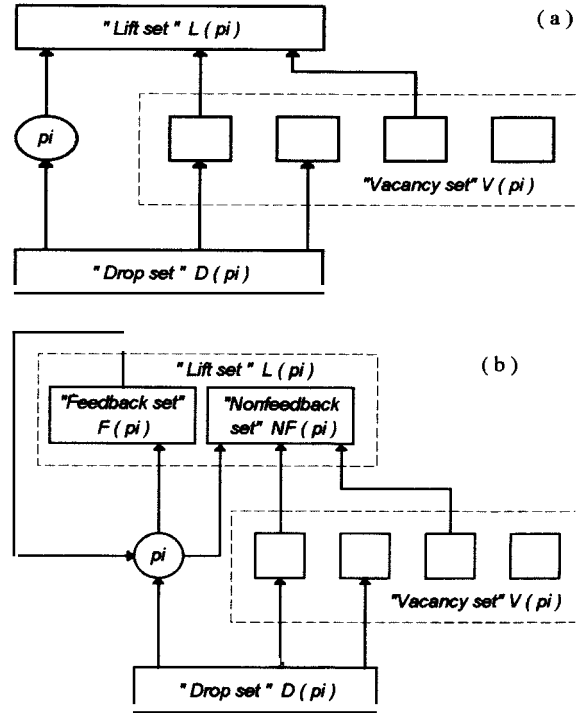


Figura 2. Modelos Estructurales de Partición alrededor de  $p_i$ , sin y con ciclos de retro-alimentación – ( a ) y ( b ) respectivamente .  
Partition Structural Models around  $p_i$ , without und with feedback loops – ( a ) and ( b ) respectively .

$L(p_i)$ ; además  $R(p_i)$  *Reachability set* =  $L(p_i)$  u  $\{p_i\}$ . Los pesos de estos conjuntos están dados por el número total de elementos en ellos ( $L_w(p_i), R_w(p_i)$ ).

- Existirá un conjunto de elementos  $D(p_i)$  *Drop set*, subordinado a  $p_i$ , tal que:  $D(p_i) = p - L(p_i) - \{p_i\} - V(p_i)$ . El conjunto antecedente (*Antecedent set*), se tiene haciendo:  $A(p_i) = D(p_i)$  u  $\{p_i\}$ . Los pesos de estos conjuntos están dados por el número total de elementos en ellos ( $D_w(p_i), A_w(p_i)$ ).
- Existirá un conjunto de elementos  $V(p_i)$  *Vacancy set*, tal que  $p_i$  no esté subordinado a ningún elemento de  $V(p_i)$  y a su vez, ningún elemento del conjunto, esté subordinado a  $p_i$ . Es, asimismo:  $V(p_i) = p - L(p_i) - D(p_i) - \{p_i\}$ . La característica distintiva de la Modelización Estructural Interpretativa

		"Lift set" $L(p_i)$		Di	"Vacancy set" $V(p_i)$	"Dropset" $D(p_i)$
		"Nonfeedback set" $NF(p_i)$	"Feedback set" $F(p_i)$			
	"Nonfeedback set" $NF(p_i)$	...	...	0 0 0 0 0	...	...
	"Feedback set" $F(p_i)$	...	...	1 1 1 1 1 1 1	...	...
$p_i$		1 1 1 1 1	1 1 1 1 1 1 1 1 1	1	0 0 0 0	0 0 0 0
	"Vacancy set" $V(p_i)$	...	...	0 0 0 0	...	...
	"Drop set" $D(p_i)$	...	...	1 1 1 1	...	...

Figura 3. Determinación de conjuntos críticos por particionamiento. Determination of critical sets by partitioning.

(MEI), es la de permitir la retroacción o retroalimentación (*feedback*); ésto importa incorporar el planteo cibernético. Es conveniente entonces, por razones formales, particionar  $L(p_i)$  en dos subconjuntos:

- Existirá un subconjunto de  $L(p_i)$ ,  $NF(p_i)$  *Nonfeedback lift set*, al cual  $p_i$ , estará subordinado y ningún elemento perteneciente a  $NF(p_i)$  estará subordinado a  $p_i$ .
- Existirá un subconjunto de  $L(p_i)$ , cuyos elementos  $\notin NF(p_i)$  y estarán subordinados a  $p_i$ ; es el subconjunto  $F(p_i)$  *Feedback set*.

Los conceptos estructurales precedentes, se ilustran en la figura 2 que muestra las particiones en el elemento  $p_i$ ; sin y con ciclos de retroalimentación (a y b, respectivamente).

La Matriz de Alcanzabilidad, puede ser particionada alrededor de un elemento  $p_i$ , obteniéndose un resultado como el que esquematiza la figura 3, donde se indican los conjuntos críticos ya definidos. Cuando un elemento en particular no está subordinado a otro, consignado en el encabezamiento de columna, se escribe un cero en la entrada o posición correspondiente; si lo

está, se anota un uno. Una de las ventajas mayores de particionar la matriz alrededor de un elemento, es que la transitividad habilita a inferir entradas como ceros o unos; ésto es lo que muestra la figura 4, donde puede observarse que aún resta determinar las siguientes submatrices:

"Nonfeedback set" $NF(p_i)$	"Feedback set" $F(p_i)$	$p_i$	"Vacancy set" $V(p_i)$	"Drop set" $D(p_i)$
$\mathcal{L}_{NF NF(p_i)}$	$\mathcal{L}_{F F(p_i)}$	0 0 0 0 0	$\mathcal{L}_{V V(p_i)}$	$\mathcal{L}_{D D(p_i)}$
$\mathcal{L}_{V NF(p_i)}$	$\mathcal{L}_{F V(p_i)}$	1 1 1 1 1	$\mathcal{L}_{D V(p_i)}$	$\mathcal{L}_{D D(p_i)}$

Figura 4. Elementos de la Matriz de Alcanzabilidad que pueden ser inferidos. Elements of the Reachability Matrix that can be inferred.

$\mathbf{f}_{NF\ NF}(p_i)$ ;  $\mathbf{f}_{VV}(p_i)$  y  $\mathbf{f}_{DD}(p_i)$ , que son Matrices de Alcanzabilidad de orden reducido, tratables también, mediante particionamiento. Los elementos de la matriz  $E$ ,  $(p_i)$  y los de  $\mathbf{f}_{DV}(p_i)$ , configuran Matrices de Interacción Cruzada o de Interconexión, no tratables por particionamiento. Según la Teoría de Interconexión de Matrices, las submatrices:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{NF\ NF}(p_i) & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{VN\ NF}(p_i) & \mathbf{f}_{VV}(p_i) \end{bmatrix}, \quad \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{VV}(p_i) & \mathbf{0} \\ \mathbf{f}_{DV}(p_i) & \mathbf{f}_{DD}(p_i) \end{bmatrix},$$

obtenidas a partir de la figura 4, eliminando determinados elementos; son Matrices de Alcanzabilidad de dimensión menor que la original. Ambas matrices son de la forma:

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{X} & \mathbf{B} \end{bmatrix},$$

donde **A** y **B** son submatrices de alcanzabilidad conocidas o calculables. Debe determinarse **X**.

Como **f**, **A** y **B** son Matrices de Alcanzabilidad, se cumple que:  $\mathbf{f}^2 = \mathbf{f}$

$$\mathbf{B}^2 = \mathbf{B}; \quad \mathbf{f}^2 = \begin{bmatrix} \mathbf{A}^2 & \mathbf{0} \\ \mathbf{XA} + \mathbf{BX} & \mathbf{B}^2 \end{bmatrix} = \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{0} \\ \mathbf{X} & \mathbf{B} \end{bmatrix}$$

de donde se deduce una ecuación matricial característica binaria, también llamada ecuación de auto-implicación:  $\mathbf{XA} + \mathbf{BX} = \mathbf{X}$  la que se emplea para determinar **X**. Sobre la Matriz de Alcanzabilidad, se realizan diversas particiones para obtener el Modelo Estructural Interpretativo (MEI) del conjunto de elementos vinculados por relaciones contextuales de causalidad. El uso de series de particiones, inducidas sobre el conjunto y subconjuntos de elementos  $P = \{p_i\}$ , permite identificar diversas propiedades del modelo estructural:

- $\Pi_1(P \times P)$  partición de la relación: el conjunto  $P \times P$  contiene todos los pares ordenados de los elementos, en dos bloques:  $Z$  y  $\bar{Z}$ . Un par ordenado  $(p_i, p_j)$  pertenece a  $Z$ , si  $p_i$  accede a  $p_j$  o  $p_i R p_j$  (la entrada  $\mathbf{f}_{ij} = 1$ ); caso contrario  $(p_i, p_j)$  pertenece a  $\bar{Z}$ , lo que equi-

vale a  $p, R p_j$  (la entrada  $\mathbf{f}_{ij} = 0$ ). La partición puede escribirse:  $\Pi_1(P \times P) = \{[Z]: [\bar{Z}]\}$ .

- $\Pi_2(P)$ , partición de nivel: para cada elemento  $p_i$ , se define el conjunto de alcanzabilidad  $R(p_i)$ , como el conjunto de elementos alcanzables desde  $p_i$ , (corresponden a las columnas cuyas entradas son unos, en la fila de  $p_i$ ). Similarmente, para todo elemento  $p_j$ , el conjunto antecedente  $A(p_j)$ , se configura con los elementos que alcanzan o son antecedente de  $p_j$  (son los encabezamientos de filas correspondientes a unos en la columna de  $p_j$ ). Los elementos del nivel superior de la jerarquía, no acceden a ningún elemento por encima de su propio nivel. El conjunto de alcanzabilidad para un elemento de nivel tope  $p_i$ , consistirá del elemento  $p_i$ , y eventualmente de otros elementos del mismo nivel, componentes de un subconjunto fuertemente conexo. El conjunto antecedente para un elemento del nivel tope, consiste del elemento mismo; elementos que acceden a éste, desde niveles inferiores y elementos de uno o más conjuntos fuertemente conexos que involucran a  $p_i$ , en el nivel tope. Un elemento  $p_i$ , es de nivel tope, si:  $R(p_i) = R(p_i) \cap A(p_i)$ . Una vez identificados y retirados los elementos de nivel tope, se determinan los elementos de nivel tope en el subgrafo remanente. Se procede sistemáticamente de este modo, hasta identificar todos los niveles de la estructura:  $\Pi_2(P) = \{[L_1]: [L_2]: \dots; [L_n]: [L_{n+1}]\}$ , donde todos los elementos de un dado nivel, están contenidos en el mismo bloque. El número de niveles es  $n+1$ . Si se define un cero-ésimo nivel como conjunto vacío ( $L_0 = \emptyset$ ), puede escribirse el algoritmo iterativo precedente, como sigue:

$$L_j = \{p_i \in P - L_0 - L_1 - \dots - L_{j-1} : R_{j-1}(p_i) \cap A_{j-1}(p_i)\}; \quad R_{j-1}(p_i) \wedge A_{j-1}(p_i)$$

; son los conjuntos de alcanzabilidad y antecedente, determinados a partir del subgrafo consistente en los elementos de  $P - L_0 - L_1 - \dots - L_{j-1}$ .

- $\Pi_3(P)$ , partición en digrafos separados: se usa para identificar a algunos de los elemen-

tos de  $P$  que constituyen un digrafo separado menor o subconjunto disjunto del modelo estructural. Llamando  $B$  al conjunto de elementos del nivel de fondo o bottom-level;  $p_i \in B \leftrightarrow A(p_i) = R(p_i) \cap A(p_i)$ . Si  $p_i$  es un elemento del nivel de fondo,  $A(p_i)$  contiene a  $p_i$  y eventualmente, elementos de un subconjunto fuertemente conexo, ligado a  $p_i$ .  $R(p_i)$  contiene a  $p_i$ ; elementos alcanzables desde  $p_i$  y eventualmente, elementos de un subconjunto fuertemente conexo, vinculado a  $p_i$ . Corresponde observar que un elemento del nivel de fondo, no debe necesariamente pertenecer al 1-ésimo nivel (último nivel) de la estructura; simplemente, es el elemento que no tiene elementos antecedentes de menor nivel. Dos elementos  $p_i, p_j \in B$ , aparecerán en el mismo digrafo, si en sus respectivos conjuntos de alcanzabilidad hay un elemento común; caso contrario, estarán en digrafos disjuntos. La partición  $\Pi_3(P)$ , identifica los digrafos disjuntos, de modo que sus elementos se adjudiquen al bloque correspondiente:  $\Pi_3(P) = \{[D_1], [D_2], \dots, [D_m]\}$ , donde:  $m$  es el número de digrafos disjuntos que constituyen el modelo estructural. Para hallar  $\Pi_3(P)$ , primero se define el conjunto de elementos del nivel de fondo  $B: B = \{p_i \in P: A(p_i) = R(p_i) \cap A(p_i)\}$ ; entonces  $p_i, p_j \in B$ , se ubican en el mismo bloque  $R(p_i) \cap R(p_j) \neq \emptyset$ . Luego de configurarse los bloques, se agregan a cada uno de ellos, los restantes elementos de los conjuntos de alcanzabilidad.

- $\Pi_4(L_k)$ , partición de  $L$ , en subconjuntos disjuntos y fuertes: la partición  $\Pi_2(P)$ , identifica a los niveles del modelo estructural. Dentro de cada nivel, los elementos pueden ser clasificados como integrantes o no, de un subconjunto fuertemente conexo. Si el elemento no pertenece a un conjunto fuertemente conexo, es su propio conjunto de alcanzabilidad o  $R_{L^k}(p_i)$ , cuando éste se interpreta sólo con respecto a elementos dentro del nivel  $k$ . Entonces, si  $p_i$  no forma parte de un conjunto fuertemente conexo:  $R_{L^k}(p_i) = \{p_i\}$ . La Matriz de Alcanzabilidad induce una partición de dos bloques  $\Pi_4(L_k)$

en los elementos de cada nivel  $L$ ,  $\Pi_4(L_k) = \{[I]; [S]\}$ ; un elemento pertenece a  $I$  si satisface:  $R_{L^k}(p_i) = \{p_i\}$ ; caso contrario, pertenece a  $S$ . En casos especiales,  $I$  ó  $S$  pueden ser vacíos, pero no ambos.

- $\Pi_5(S)$ , partición de los subconjuntos fuertemente conexos en  $S$ : a partir de la Matriz de Alcanzabilidad, se infiere si un grupo de elementos pertenece al mismo bloque de  $S$ ; ésto es así,  $\Leftrightarrow$  cada elemento del grupo es alcanzable desde y es antecedente de todo otro elemento del grupo. Se tiene:  $\Pi_5(S) = \{[C_1], [C_2], \dots, [C_n]\}$ , donde:  $C_i$  denota un conjunto de ciclo maximal; y es el número de conjuntos de ciclo maximal, así llamados porque la adición de un elemento simple al conjunto, destruye la propiedad de antecendencia-alcanzabilidad, Precedentemente expuesta.

Luego de realizadas las particiones, los elementos de la Matriz de Alcanzabilidad pueden ser reordenados para obtener la Forma Canónica. Se disponen los encabezamientos de filas (en forma descendente) y de columnas (de izquierda a derecha), de modo de tener la sucesión o secuencia  $I_1, S_1, I_2, S_2, \dots, I_l, S_l$ , donde los subíndices se corresponden con el nivel para el cual las particiones  $I, S$  son definidas:

$P' =$

	$I_1$	$S_1$	$I_2$	$S_2$	$I_3$	$S_3$	...	$I_l$	$S_l$
$I_1$							...		
$S_1$							...		
$I_2$							...		
$S_2$							...		
$I_3$							...		
$S_3$							...		
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
$I_l$							...		
$S_l$							...		

Se configuran submatrices de la forma canónica, considerando la más pequeña submatriz que puede obtenerse sobre la diagonal principal, dejando ceros a la derecha (matriz de bloque triangular inferior):

$$P' = \begin{bmatrix} P_{11} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ P_{21} & P_{22} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ P_{u1} & P_{u2} & P_{u3} & P_{u4} & \dots & P_{uu} \end{bmatrix}$$

El arreglo por niveles, posibilita identificar otras propiedades. Puede definirse un conjunto de submatrices, tal que se agrupen los elementos del mismo nivel; para un modelo estructural con  $l$  niveles, la matriz de submatrices, es:

$$P'' = \begin{matrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \\ \dots \\ L_l \end{matrix} \begin{bmatrix} N_{11} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ N_{21} & N_{22} & 0 & \dots & 0 \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ N_{l1} & N_{l2} & N_{l3} & \dots & N_{ll} \end{bmatrix}$$

Las submatrices ubicadas sobre la diagonal principal:  $N_{11}, N_{22}, \dots, N_{ll}$ , exhiben la alcanzabilidad entre los elementos de los niveles  $L_1, L_2, L_3, \dots, L_l$ , respectivamente. Estas submatrices serán Matrices de Identidad cuando no existan ciclos. Las submatrices a la derecha de las submatrices de la diagonal principal son siempre nulas, dado que no se tiene alcanzabilidad desde un nivel más alto a un nivel más bajo. La alcanzabilidad del modelo estructural se expresa desde elementos de nivel más bajo a elementos de nivel más alto y las submatrices a la izquierda de las submatrices de la diagonal principal, contienen la información de interconexión; por ejemplo, la submatriz  $N_{ij}$ , contiene información concerniente a la alcanzabilidad desde los elementos del nivel  $L_i$ , en relación con los elementos del nivel  $L_j$ .

El tratamiento computacional del proceso de organización de la Matriz de Alcanzabilidad, se ha resuelto empleando el lenguaje de programación C y el Compilador MicroSoft Visual C++ 6.0 y la aplicación al sistema hidrológico de la Alta Cuenca del Río Bermejo, se realiza sobre la base de relaciones causales.

## RESULTADOS

Este capítulo, se organiza en tres secciones: Sistema Informático; Elementos del Sistema Hidrológico y Modelo Estructural Interpretativo. En la primera se describe el Sistema Informático, cuya documentación incluyendo el manual sobre los Programas Computacionales; los Códigos Fuente en Lenguaje C y los Mensajes de Error para el Usuario, puede obtenerse de los autores a través de la dirección de e-mail: jorgeperera@hotmail.com ; en la segunda, se enuncian los elementos constitutivos, identificados en la realidad objeto de análisis, descripción y representación gráfica y en la tercera sección, se presenta el Grafo Orientado o Digrafo, donde se reemplazan los códigos numéricos de los elementos, por sus rúbricos descriptores.

Sistema Informático: se ha desarrollado un sistema que facilita la construcción de la Matriz de Alcanzabilidad; éste realiza la partición empleando un elemento pivote y asignando los  $(n - 1)$  elementos restantes a los subconjuntos *Nonfeedback*; *Feedback*; *Vacancy* y *Drop*. Tal como se expresó en el capítulo de Materiales y Métodos, varias entradas pueden inferirse por transitividad y las submatrices ubicadas sobre la diagonal principal – con excepción de la  $P_{FF}(p_i)$ , cuyas entradas son todos unos –, tratarse con idéntico procedimiento. El sistema interactivo e iterativo, consta de un Menú Principal que se invoca con el comando “mei” y de siete programas o ítems, cuatro de los cuales generan salidas por impresora. Por cuestiones de diseño, el sistema puede trabajar con un número máximo de 500 elementos. Las pantallas y los formularios de impresión permiten códigos de hasta tres dígitos. Las pantallas multipágina pueden mostrar hasta 500 elementos



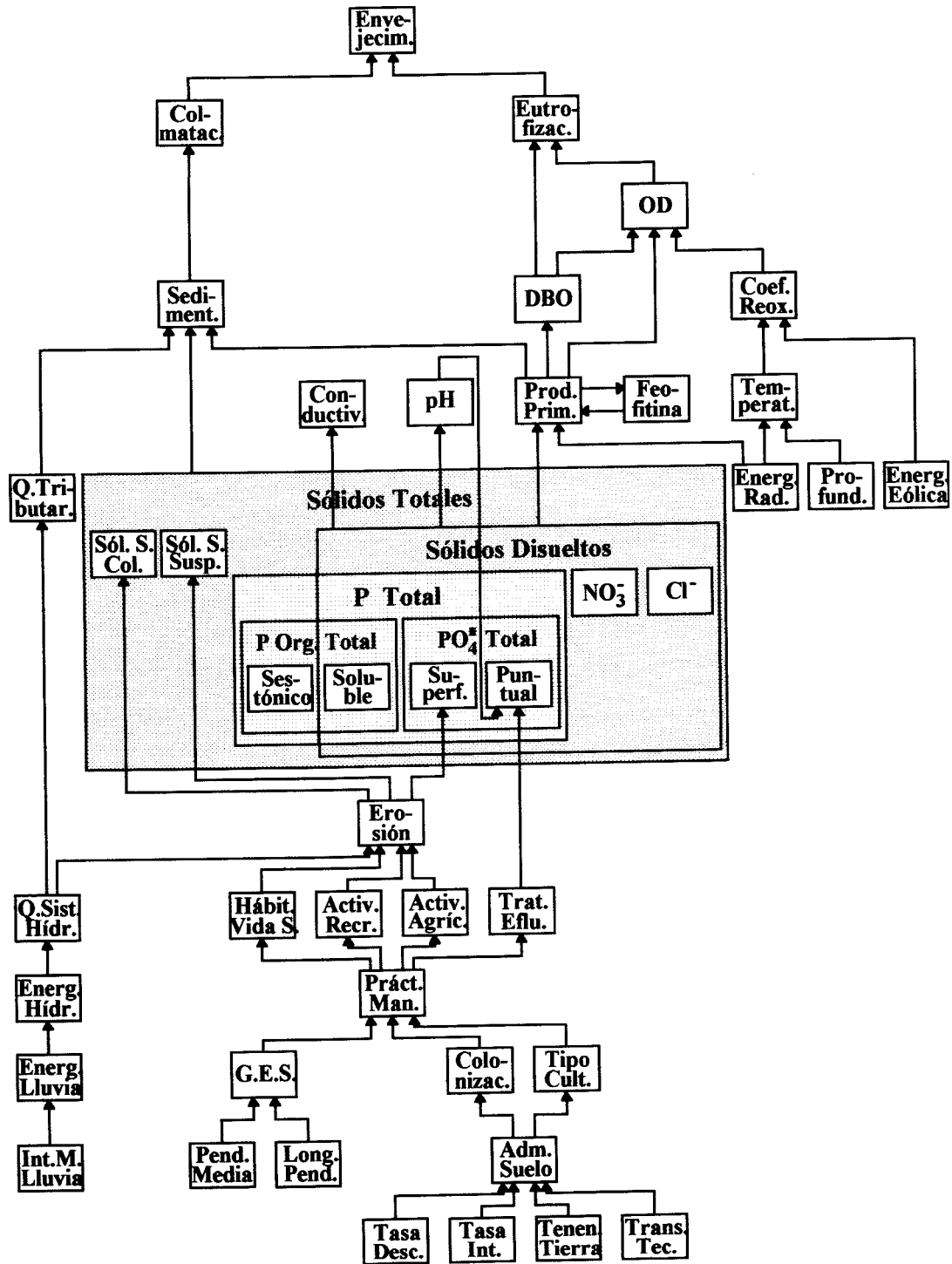
**Tabla 1.** Elementos constitutivos del Sistema Hidrológico. Elements of the Hydrologic System.

Nº	ELEMENTO:	Designación Breve:
01	Actividad agrícola r en Ha en cada Grupo de Erosión de Suelos (G.E.S.)	Activ. Agrícola
02	Actividad recreacional en Ha en cada Grupo de Erosión de Suelos (G.E.S.)	Activ. Recreac.
03	Administración del recurso suelo	Adm. Rec. Suelo
04	Caudales Q de los componentes del Sistema Hidrológico	Q-Sist. Hidrol.
05	Q de los tributarios de los Embalses de Las Pavas; Arrazayal y Cambarí	Q-Tributarios
06	Clorofilas alfa, beta, gamma, equivalente a producción primaria	Produc. Primaria
07	Cloruros	Cloruros
08	Coeficiente de reoxigenación	Coef. Reoxigen.
09	Colmatación por acumulación de légamos y acarreos	Colmatación
10	Conductividad	Conductividad
11	Demanda Bioquímica de Oxígeno, para cinco días de incubación	D B 0 5
12	Energía cinética de la lluvia	Energ. Lluvia
13	Energía mecánica hídrica (escurrim., transp., acarreo de fondo, erosión, etc.)	Energ. Hídrica
14	Energía mecánica eólica (mezclado por agitación de las aguas, erosión, etc.)	Energ. Eólica
15	Energía radiante (hv en fotosíntesis y cinética de las reacciones químicas)	Energ. Radiante
16	Envejecimiento	Envejecimiento
17	Erosión	Erosión
18	Eutrofización	Eutrofización
19	Feofitina	Feofitina
20	Fósforo (PO <sub>4</sub> ) de origen puntual o urbano-industrial	Puntual
21	Fósforo (PO <sub>4</sub> ) de origen superf. o Agric., depend. de la actividad y del G.E.S.	Superficial
22	Fósforo (PO <sub>4</sub> ) inorgánico soluble	Inorg. Sol.
23	Fósforo orgánico sestónico	P Org. Sestónico
24	Fósforo orgánico soluble	P Org. Soluble
25	Fósforo orgánico total	P Org. Total
26	Fósforo total	Fósforo Total
27	Grupo de erosión de suelos (G.E.S.) o erodabilidad	G. E. S.
28	Incorporación (colonización) de tierra agrícola en Ha de cada G.E.S.	Colonización
29	Intensidad máxima dentro de los primeros 30 minutos de lluvia	Int. Máx. Lluvia
30	Longitud media de las pendientes en una subcuenca	Long. Med. Pend
31	Nitratos	Nitratos
32	Oxígeno disuelto a diferentes profundidades (ODz)	Odz
33	Pendiente media en una subcuenca	Pend. Med. Subc.
34	Potencial hidrógeno (pH)	pH
35	Práctica de manejo en función del G.E.S.	Pract. Manejo
36	Preservación del hábitat de la vida silvestre en Ha de cada G.E.S.	Preserv. Hábitat
37	Profundidad	Profundidad
38	Proyecto, construcción, habilitación, operación y mantenimiento de plantas de tratamiento de efluentes, nuevas y ampliadas	Trat. Efluentes
39	Régimen de tenencia de la tierra	Tenencia Tierra
40	sedimentación	Sedimentación
41	Sólidos disueltos	Sólidos Disuelt.
42	Sólidos suspendidos coloidales	Sól. Susp. Coloid.
43	Sólidos suspendidos sedimentables	Sól. Susp. Sedim.
44	Sólidos totales	Sólidos Totales
45	Tasa de descuento	Tasa Descuento
46	Tasa de interés o costo de oportunidad	Tasa Interés
47	Temperatura a diferentes profundidades ( t z )	TEMPERATURA Z
48	Tipo de cultivo o cosecha	Tipo Cultivo
49	Transferencia tecnológica	Transf. Tecnol.
50	Turbiedad	Turbiedad

Tabla 2. Listado ordenado de elementos. *Ordered list of elements*

Orden	Cod.	Descripción	Ubicación
1	16	Envejecimiento	N-N-N-N-P
2	18	Eutrofización	N-N-N-N-D
3	32	Oxígeno disuelto a diferentes profundidades	N-N-N-N
4	11	Demanda Bioquímica de Oxígeno	N-N-N-P
6	9	Colmatación por acumul. léngamos y acarreos	N-N-N-V
5	40	Sedimentación	N-N-N-V
7	19	Feofitina	N-N-F
8	6	Clorofilas alfa, beta, gamma (prod. primaria)	N-N-P
9	10	Conductividad	N-N-V
10	44	Sólidos totales	N-F
11	34	Potencial hidrógeno	N-F
12	26	Fósforo total	N-F
13	23	Fósforo orgánico sestónico	N-F
14	24	Fósforo orgánico soluble	N-F
15	25	Fósforo orgánico total	N-F
16	41	Sólidos disueltos	N-F
17	22	Fósforo inorgánico soluble	N-P
18	50	Turbiedad	N-V-P
19	31	Nitratos	N-V-V
20	7	Cloruros	N-V-V
21	42	Sólidos suspendidos coloidales	N-V-D
22	43	Sólidos suspendidos sedimentables	N-V-D
23	21	Fósforo de origen superficial o agrícola	N-D
24	17	Erosión	P
25	20	Fósforo de origen puntual o urbano-industrial	v-P
26	8	Coefficiente de reoxigenación	v-v-P
27	5	Caudales tributarios Embalses Proyectados	V-V-V
28	47	Temperatura a diferentes profundidades	V-V-D-N
29	15	Energía radiante	V-V-D-P
30	37	Profundidad	V-V-D-V
31	14	Energía mecánica eólica	V-V-D-V
32	38	Ingeniería de Plantas de Trat. de Efluentes	V-D
33	1	Actividad agrícola <i>r</i> en cada G.E.S.	D-N-P
34	2	Actividad recreacional en Ha en cada G.E.S.	D-N-V
35	36	Preservación hábitat vida silvestre en G.E.S.	D-N-V
36	35	Práctica de manejo en función del G.E.S.	D-P
37	4	Caudales componentes Sistema Hidrológico	D-V-N
38	13	Energía mecánica hídrica	D-V-P
39	29	Intensidad máx. en los lros. 30 min. lluvia	D-V-D
40	12	Energía cinética de la lluvia	D-V-D
41	28	Incorporación de tierra agríc. en c/ G.E.S.	D-D-P
42	27	Grupo de Erosión de Suelos (erodabilidad)	D-D-V-P
43	48	Tipo de cultivo o cosecha	D-D-V-V
44	30	Longitud media de pendientes en una subcuenca	D-D-V-D
45	33	Pendiente media en una subcuenca	D-D-V-D
46	3	Administración del recurso suelo	D-D-D-P
47	49	Transferencia tecnológica	D-D-D-D-P
48	39	Régimen de tenencia de la tierra	D-D-D-D-V-P
49	45	Tasa de descuento	D-D-D-D-V-V
50	46	Tasa de interés o costo de oportunidad	D-D-D-D-V-V

Referencias: N. *Nonfeedback Set* E *Feedback Set* V. *Vacancy Set*  
D. *Drop Set* P. Elemento de Partición



**Figura 5.** Modelo estructural interpretativo de los procesos de envejecimiento de futuros embalses en la Cuenca Alta del Río Bermejo: Las Pavas; Arrazayal y Cambarí (Repúblicas de Bolivia y Argentina). *Structural interpretative model of the ageing processes of future reservoirs in the Upper Basin of River Bermejo: Las Pavas; Arrazayal and Cambarí (Bolivia and Argentina).*

presentados en cincuenta páginas de diez renglones cada una. Se puede efectuar la partición inicial y hasta diez subparticiones sucesivas. Si el elemento de partición de cada nivel es elegido cuidadosamente, la cantidad de particiones que permite el sistema supera las realmente necesarias para ordenar los 500 elementos.

Elementos del Sistema Hidrológico: un relevamiento de los elementos constitutivos del Sistema Hidrológico, considerados estadísticamente significativos en conexión con los procesos de envejecimiento de los futuros reservorios de la Alta Cuenca del Río Bermejo, los Embalses de Las Pavas; Arrazayal y Cambarí, proporciona el listado que se muestra alfabéticamente ordenado en la Tabla 1.

### Modelo Estructural Interpretativo

La aplicación iterativa del procedimiento computacional de partición de conjuntos, conduce al listado ordenado de elementos que muestra la Tabla 2. Se han realizado sobre la Matriz de Alcanzabilidad las particiones: de la relación; de nivel; en digrafos separados; de  $L_k$  en subconjuntos disjuntos y fuertes y de los subconjuntos fuertemente conexos en  $S$ , con el propósito de obtener la Forma Canónica y finalmente el Modelo Estructural Interpretativo que ilustra la figura 5.

### DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El procedimiento iterativo de particionamiento, se interrumpe cuando el conjunto correspondiente se reduce a dos elementos como máximo. En todos los casos, en que se considera que  $p_j$  se ubica en el *lift set* de  $p_i$ , debe responderse si pertenece al *nonfeedback set*  $NF(p_i)$  o bien al *feedback set*  $F(p_i)$ . El criterio adoptado, es el de circunscribir el análisis al ámbito del sistema hidrológico objeto de estudio. Así, se considera que la energía eólica es causa de mezclado y aireación-oxigenación de las aguas por agitación mecánica y no motivo de erosión por viento, en razón de poder ocurrir la sedimentación de suelo,

fuera de los reservorios de Las Pavas; Arrazayal y Cambarí. Otro tanto ocurre con la energía radiante ( $h \nu$ ), que se vincula a la temperatura (en el bloque correspondiente a ésta, se incluye la presión atmosférica, variable de estado climática independiente) y a la producción primaria dentro de los embalses, pero no a los procesos de oxidación de la materia orgánica del suelo descubierto y su consiguiente efecto detrimental sobre la estabilidad de los agregados edáficos, ni a la fotosíntesis en las vertientes de la cuenca. Tampoco se consideran los efectos de la energía radiante sobre la termodinámica atmosférica y la génesis de vientos. Es obvio que la profundidad de los embalses, varía conforme operan la erosión geológica y la de origen antrópico y la subsecuente sedimentación; sin embargo, se toma en una primera aproximación como *bottom level element* o elemento del nivel de fondo, que no reconoce antecedentes y tampoco participa de un lazo o bucle. Se considera en el modelo, la circunstancia de que el ciclo biológico a que está sujeta la producción primaria y la biomasa en general, es determinante de aportes al proceso de colmatación, como lodos bentónicos que engrosan el espesor de los sedimentos. Estos participan en la dinámica de los nutrientes, particularmente del fósforo, si se consideran, las interacciones entre el ortofosfato soluble y el fósforo orgánico total. Al analizar las consecuencias de la erosión, se asume que las fracciones minerales del suelo, dan origen a los sólidos suspendidos coloidales y a los sólidos suspendidos sedimentables y el aporte superficial de nutrientes es realizado por la solución de suelo. Otro aspecto sujeto a una red de interacciones, es el referido a la administración del recurso suelo, que en el presente caso, se toma enfatizando las circunstancias socio-económicas.

La aplicación iterativa del procedimiento de Partición de Conjuntos, conduce a un listado ordenado de los elementos componentes del Sistema Hidrológico. Deben realizarse sobre la Matriz de Alcanzabilidad las particiones, de la relación; de nivel; en digrafos separados; de  $L_k$  en subconjuntos disjuntos y fuertes y de los subconjuntos fuertemente conexos en  $S$ , con el propósi-

to de obtener la Forma Canónica y finalmente el Modelo Estructural Interpretativo que es el objetivo principal de la metodología presentada.

## BIBLIOGRAFÍA

- HAIMES, Y.Y., P. DAS and K. SUNG, 1977. *Multiobjective Analysis in the Maumee River Basin: A Case study on Level-B Planning*. Final Report No. SED WRG 77 1, Case Western Reserve University, Cleveland, Ohio (USA), submitted to NSF-RANN and OWRT, Jan. 1977.
- HAIMES, Y.Y. 1977. *Hierarchical Analysis of Water Resources Systems-Modeling and Optimization of Large-Scale Systems*. Mc Graw-Hill International Book Company. NY.
- HARARY, F., R.Z. NORMAN and D. CARTWRIGHT. 1965. *Structural Models: An Introduction to the Theory of Directed Graphs*. John Wiley & Sons. NY.
- HARARY, F. 1969. *Graph Theory*. Addison-Wesley. Reading, Mass.
- HAWTHORNE, R.W. and A.P. SAGE, 1974. *On Identification of System Structure*. Proceedings of the Southeastern Symposium on System Theory. Feb. 1974. New Orleans.
- PERERA, J. G. H., H. RODRÍGUEZ VAQUERO, O. J. GRAIEB, R. R. CASTELLANO y J. C. LUJÁN. 1985. *Envejecimiento por Colmatación y Eutrofización-Distrofización del Embalse de Termas de Río Hondo. Evaluación y Elaboración de un Modelo Matemático del Envejecimiento del Sistema. Primera parte: Caracterización Preliminar Correspondiente a los Períodos Otoño-Invierno y Primavera de 1984. Tucumán (Arg.)*. Facultad Regional Tucumán, Universidad Tecnológica Nacional. Memoria de un Proyecto de Investigación. 55 páginas.
- PERERA, J. G. H., H. RODRÍGUEZ VAQUERO, O. J. GRAIEB, R. R. CASTELLANO y J. C. LUJÁN. 1991. *Envejecimiento por Colmatación y Eutrofización-Distrofización del Embalse de Termas de Río Hondo. Evaluación y Elaboración de un Modelo Matemático del Envejecimiento del Sistema. Segunda parte: Conjunto de evaluaciones de campo y de laboratorio. Caracterización físico-química y microbiológica del grado de contaminación. Tucumán (Arg.)*. Facultad Regional Tucumán, Universidad Tecnológica Nacional. Memoria de un Proyecto de Investigación. 44 páginas.
- PERERA, J. G., C. HOFFMANN y J. H. PERERA. 1995. *Modelización estructural interpretativa de los procesos de envejecimiento del embalse de Termas de río Hondo. Tucumán (Arg.)*. Grupo Ciencias del Ambiente, Higiene y Seguridad Laboral, Facultad Regional Tucumán, Universidad Tecnológica Nacional. Memoria de un Proyecto de investigación. 55 páginas.
- SAGE, A. P. 1977. *Methodology for Large-Scale Systems*. Mc. Graw-Hill Book Company. NY.
- SAWARAGI, Y., H. NAKAYAMA and T. TANINO. 1982. Modeling and Management Control of Environmental Systems. Yoshida Sakyo-ku, Kyoto, Japan. In: *Optimization and Control of Dynamic Operational Research Models*. S.G. Tzafestas, (ed.): 277-301. North-Holland Publishing Company.
- U.S. DEPARTMENT OF AGRICULTURE, 1975. *Multiple Objective Resource Evaluation (M.O.R.E.) System*. North Central Resource Program Group, Natural Resource Economic Division, U.S. Department of Agriculture, East Lansing, Michigan, January 1975.
- WARFIELD, J. N. 1973. *Constructing Operational Value Systems for Proposed Two-Unit Coalitions*. Proceedings of the 1973 I.E.E.E. Decision and Control Conference. Dec. 1973 (a): 204-213.
- WARFIELD, J. N. 1973. Binary Matrices in System Modeling. *I.E.E.E. Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-3, (5): 441-449.
- WARFIELD, J. N. 1974. Developing Subsystem Matrices in Structural Modelling. *I.E.E.E. Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-4 (1): 74-80.
- WARFIELD, J. N. 1974. Developing Interconnection Matrices in Structural Modelling. *I.E.E.E. Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-4 (1): 81-87.
- WARFIELD, J. N. 1974. Toward Interpretation of Complex Structural Models. *I.E.E.E. Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. SMC-4 (5): 405-417.
- WARFIELD, J. N. 1976. Implication Structures for System Interconnection Matrices. *I.E.E.E. Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, SMC-6 (1): 18-24.
- WARFIELD, J. N. 1976. *Societal Systems: Planning, Policy and Complexity*. John Wiley & Sons. New York.
- ZWICKY, F., 1969. *Discovery Intention and Research*. Mac Millan, New York.